ТЕОРИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

1. Основные термины и определения

На любую САУ всегда действуют внешние возмущения, которые могут нарушить ее нормальную работу. Правильно спроектированная САУ должна устойчиво работать при всех внешних возмущениях. В простейшем случае устойчивость САУ – способность ее с определенной точностью возвращаться в состояние равновесия после исчезновения внешних сил, которые вывели ее из этого состояния. Если САУ неустойчива, то она не возвращается в состояние равновесия, а либо удаляется от него, либо совершает вокруг него недопустимо большие колебания.

В общем случае, рассматривая нелинейные САУ, вводят понятие устойчивости «в малом», «в большом» и «в целом».

Система устойчива «в малом», если констатируют лишь факт наличия области устойчивости, но не определяют каким-либо образом ее границы.

Система устойчива «в целом», если она возвращается в исходное состояние при любых начальных отклонениях (рис. 1.1).

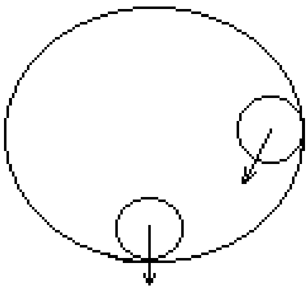


Рис. 1.1. Система, устойчивая «в целом»

Система устойчива «в большом», когда определены границы области устойчивости, т.е. определены границы области начальных отклонений, при которых система возвращается в исходное состояние и выяснено, что реальные начальные отклонения принадлежат этой области (рис. 1.2). Очевидно, что САУ, устойчивая «в целом», будет устойчива «в большом» и «в малом»; система, устойчивая «в большом», будет устойчива «в малом».

Система, устойчивая «в малом», может оказаться неустойчивой «в большом». Так, на рис. 1.2 положение шарика в точке А оказывается неустойчивым, если начальное отклонение от состояния равновесия будет больше X_1. То есть, положение точки А устойчиво «в малом», но не устойчиво «в большом».

http://cifra.studentmiv.ru/tau-2-semestr/2-5-ustoychivost/

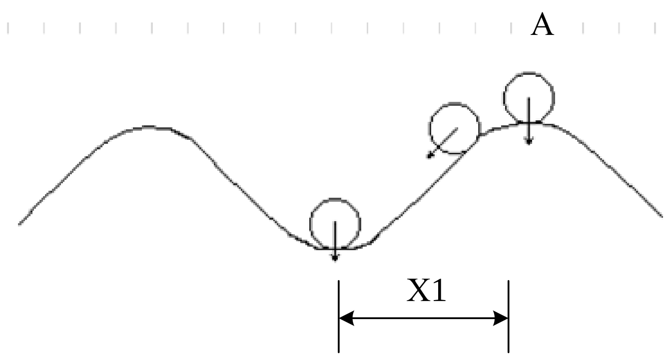


Рис. 1.2. К определению устойчивости «в большом» и «в малом»

САУ являются динамическими системами, так как процесс регулирования представляет собой изменение во времени регулируемой величины под действием как возмущения, так и вызванных этим возмущением воздействий регулятора. Под действием возмущения САУ выходит из состояния равновесия. Регулятор стремится вернуть систему в равновесное состояние.

Если система «объект регулирования – регулятор», выведенная из состояния равновесия под действием возмущения, после его устранения стремится вновь вернуться в равновесное (установившееся) состояние, то она называется ***устойчивой***.

Устойчивость САУ – это ее способность поддерживать заданный регулируемый режим работы системы с определенной точностью и восстанавливать его при нарушении.

Из основной задачи регулирования (восстанавливать нарушенный установившийся режим) вытекает, что работоспособная САУ должна быть устойчивой, т.е. обеспечивать сходящийся переходный процесс (апериодический или колебательный).

Если устойчивость САУ можно оценить с помощью линейных дифференциальных уравнений, то ее называют устойчивой «в малом». Границы отклонения не рассматривают, а ставят лишь условия достаточной малости этих отклонений.

Анализ устойчивости «в малом» большинства реальных САУ показывает, что в основном результаты теоретических исследований и расчетов, полученных при использовании метода линеаризации дифференциальных уравнений, оказываются приемлемыми для практики. Поэтому такой метод исследований получил широкое распространение в тех случаях, когда не ставятся специальные задачи, решение которых требует учета нелинейности характеристик.

Когда устойчивость САУ без ограничения значений отклонения координат можно оценить с помощью нелинейных ДУ, ее называют устойчивостью «в большом». Этому посвящена ***теория нелинейных САУ***.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение устойчивости.
2. Что значит система устойчива «в малом»?
3. Что значит система устойчива «в большом»?
4. Что значит система устойчива «в целом»?
5. Что означает устойчивая система автоматического управления?

2. Достаточные условия устойчивости. Метод Ляпунова

Первым, кто дал математически строгое определение понятия устойчивости, разработал общие методы исследования устойчивости движения, был русский ученый А.М. Ляпунов. Он доказал следующие теоремы (приводятся без доказательства).

1. Если все корни характеристического уравнения линеаризованной системы имеют отрицательные вещественные части, то действительная система так же, как линеаризованная, будет устойчива при малых отклонениях (устойчива «в малом») независимо от отброшенных при линеаризации уравнения членов второй и более высокой степеней.

2. Если среди корней характеристического уравнения линеаризованной системы есть хотя бы один корень с положительной вещественной частью, то действительная система так же, как и линеаризованная, будет неустойчивой независимо от отброшенных при линеаризации уравнения членов второй и более высокой степеней.

Если характеристическое уравнение линеаризованной системы имеет хотя бы один корень с нулевым значением вещественной части или чисто мнимые корни, а все остальные корни – отрицательную вещественную часть, то судить об устойчивости действительной системы по линеаризованным уравнениям нельзя, так как нужно учитывать отброшенные при линеаризации нелинейные члены. Такой случай называется **критическим**.

САУ, как любая динамическая система, характеризуется переходным процессом, возникающим в ней при нарушении ее равновесия каким-либо воздействием:

$$x_{\text{вых}}(t) = x_{\text{с}}(t) + x_{\text{в}}(t),$$

где $x_{\text{с}}(t)$ – свободные движения САУ, определяемые начальными условиями и свойствами самой системы;
$x_{\text{в}}(t)$ – вынужденные движения САУ, определяемые возмущающим воздействием.

Очевидно, в устойчивой системе в переходном процессе свободная составляющая с течением времени должна стремиться к нулю:

$$\lim_{t\to\infty} x_{\text{с}}(t) \to 0.$$

То есть характер свободного движения определяет ее устойчивость или неустойчивость.

Еще раз об отличиях в подходе к устойчивости линейных и нелинейных систем.

Для нелинейных САУ устойчивость «в малом» еще не решает вопроса об устойчивости системы «в целом»: нелинейные системы могут быть устойчивы при небольших начальных отклонениях от начального состояния и в то же время неустойчивы «в большом», когда начальное отклонение велико. Следовательно, ***устойчивость нелинейных систем зависит и от величины возмущения.***

В линейных и линеаризованных системах устойчивость не зависит от величины возмущения.

Особенности определения устойчивости, по Ляпунову:

1) ***предполагают, что возмущения налагаются только на начальные условия, т.е. возмущенное движение происходит при тех же силах (источниках энергии), что и невозмущенное движение.***

Невозмущенным называется некоторое вполне определенное, заданное движение системы. Иными словами, это то, как она *должна* двигаться.

Возмущенное движение – это движение системы, отвечающее *измененным* начальным условиям. Иными словами, это всякое иное движение системы, отличное от невозмущенного.

Практически устойчивость данного невозмущенного движения означает, что при достаточно малых начальных возмущениях возмущенное движение будет сколь угодно мало отличаться от невозмущенного движения.

Если невозмущенное движение неустойчиво, то возмущенное движение будет отходить от него, как бы ни были малы начальные возмущения.

2) ***устойчивость рассматривается на бесконечно большом промежутке времени;***

3) ***возмущения предполагаются малыми.***

Ранее было определено, что в общем случае дифференциальное уравнение САУ имеет вид:

$$\begin{gathered}(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0) X_{\text{вых}}(p) = \\ = (b_м p^м + b_{м-1} p^{м-1} + \ldots + b_1 p + b_0) X_{\text{вх}}(p).\end{gathered} \tag{2.1}$$

Здесь $X_{\text{вых}}(p)$ - изображение выходной величины

$$x(t) = x_{\text{св}}(t) + x_{\text{в}}(t);$$

$X_{\text{вх}}(p)$ – это изображение управляющего воздействия $x_{\text{вх}}$(t); $x_{\text{в}}(t)$ определяется возмущением, поэтому определяется характером входного воздействия, т.е. правой частью уравнения (2.1). Она определяется как частное решение неоднородного дифференциального уравнения:

$$\begin{gathered}\left(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0\right) X_{\text{в}}(p) = \\ = \left(b_м p^м + b_{м-1} p^{м-1} + \ldots + b_1 p + b_0\right) X_{\text{вх}}(p).\end{gathered} \tag{2.2}$$

Здесь $X_{\text{в}}(p) = L\left[x_{\text{в}}(t)\right]$.

Свободная составляющая $X_{\text{с}}(t)$ определяется общим решением однородного дифференциального уравнения (2.1) и отсутствием правой части:

$$\left(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0\right) X_{\text{C}}(p) = 0. \tag{2.3}$$

Для решения уравнения (2.3) достаточно найти корни характеристического уравнения системы

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0 = 0, \tag{2.4}$$

а решение дифференциального уравнения (3) будет иметь вид

$$x_{\text{c}}(t) = \sum_{i=1}^{n} C_i e^{p_i t}, \tag{2.5}$$

где p_i - корни характеристического уравнения (2.4), C_i - постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий.

Решение уравнения (2.4) имеет n корней, т.к. его степень равна n.

Эти корни могут быть:

- вещественными;
- комплексными попарно сопряженными;
- мнимыми попарно сопряженными; нулевыми.

В общем случае $p_i = \alpha_i + j\omega_i$. Если все корни разные, они называются ***простыми***; если среди корней есть одинаковые, то их называют ***кратными*** (это очень редкий случай для реальных систем).

Из уравнения (2.4) видно, что корни характеристического уравнения зависят только от вида левой части дифференциального уравнения (2.1) линейной САУ.

Постоянные интегрирования зависят и от вида его правой части, т.к. определяются начальными условиями. Следовательно, быстрота затухания и форма переходного процесса определяются как левой, так и правой частями исходного уравнения (2.1). Однако поскольку в понятие устойчивости входит только факт наличия или отсутствия затухания переходного процесса, устойчивость линейной САУ не зависит от вида правой части уравнения (2.1) и определяется только характеристическим уравнением (2.4). Причем при составлении дифференциального уравнения (2.1) предполагалось, что возмущений нет, т.е. $x_{вх}(t)$ определяется только начальными условиями. Если на них наложить возмущения, то изменится только правая часть дифференциального уравнения (2.1), а характеристическое уравнение останется неизменным. Поэтому для определения качественной картины переходных процессов практически безразлично, что находится в правой части уравнения, т.е. как найдена передаточная функция системы $W(p)$ – по задающему или по возмущающему воздействию.

Составляющие переходного процесса для всех типов корней

Вещественные корни

Вещественным корням

$$p_i = \alpha_i + j\omega_i$$

соответствуют в решении уравнения (2. 5) экспоненты

$$C_i e^{p_i t}.$$

При этом ***отрицательным (левым)*** корням

$$\alpha_i < 0$$

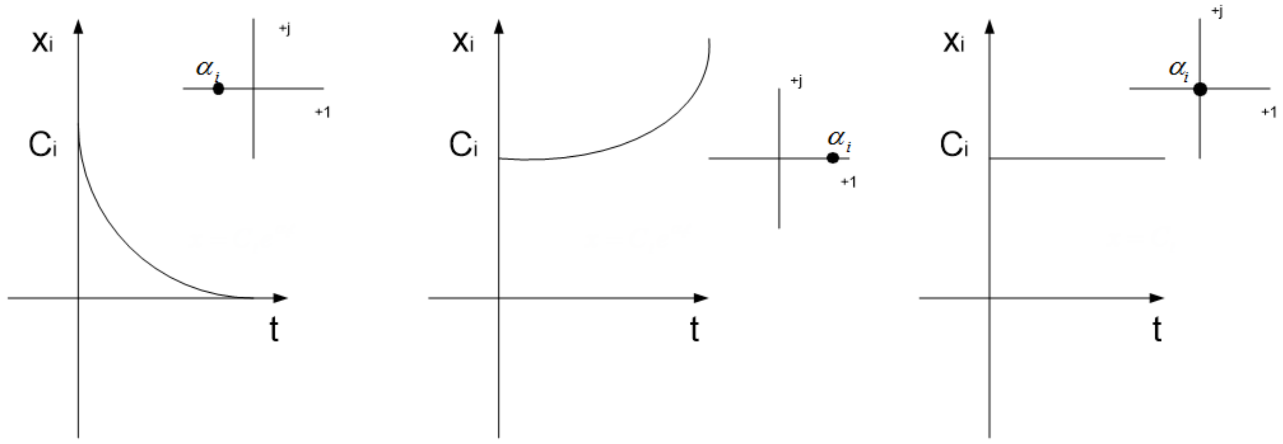
соответствуют затухающие экспоненты (рис. 2.1, а), положительным (правым) корням

$$\alpha_i > 0$$

– возрастающие экспоненты (рис. 2.1, б);
при нулевых корнях

$$\alpha_i = 0$$

составляющая представляет собой прямую, параллельную оси времени (рис. 2.1, в).



а б в

Рис. 2.1. Вид составляющей свободного движения при вещественных корнях характеристического уравнения, когда $x_i = C_i e^{\alpha_i t}$

Комплексные корни

Комплексные корни всегда бывают попарно сопряженными:

$$p_i = \alpha_i + j\omega_i \text{ и } p_{i+1} = \alpha_i - j\omega_i .$$

В соответствии с формулой Эйлера

$$x_i(t) + x_{i+1}(t) = C_i e^{(\alpha_i + j\omega_i)t} + C_{i+1} e^{(\alpha_i - j\omega_i)t} = C_i e^{\alpha_i t}(\cos\omega_i t + j\sin\omega_i t) +$$

$$+ C_{i+1} e^{\alpha_i t}(\cos\omega_i t - j\sin\omega_i t) = e^{\alpha_i t}\left((C_i \cdot C_{i+1})\cos\omega_i t + j(C_i \cdot C_{i-1})\sin\omega_i t\right) =$$

$$= e^{\alpha_i t} \cdot A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i),$$

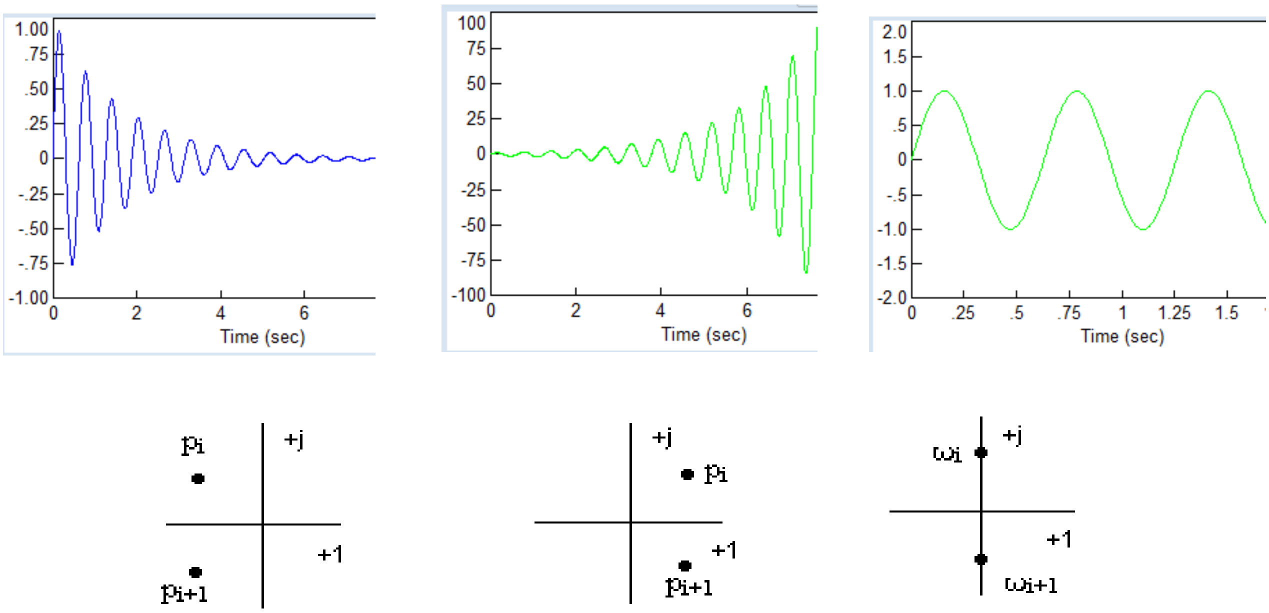
где

$$A_i = \sqrt{(C_i + C_{i+1})^2 + (C_i - C_{i+1})^2} = \sqrt{2C_i^2 + 2C_{i+1}^2} ;$$

$$\varphi_i = arctg \frac{C_i - C_{i+1}}{C_i + C_{i+1}} .$$

При $\alpha_i < 0$ получаются затухающие колебания (рис. 2.2, а), при $\alpha_i > 0$ – расходящиеся (рис. 2.2, б), при $\alpha_i = 0$ – незатухающие колебания (рис. 2.2, в).

http://cifra.studentmiv.ru/tau-2-semestr/2-5-ustoychivost/



а б в

Рис. 2.2. Вид составляющей свободного движения при комплексных корнях характеристического уравнения, когда

$$x_i = e^{\alpha_i t} \cdot A_i \sin\left(\omega_i t + \psi_i\right).$$

Кратные корни

Если имеется r кратных корней p_i, то в решении уравнения (2.5) появляются слагаемые вида:

$$\left(C_{i,r-1}t^{r-1} + \ldots + C_{i1}t + C_{i0}\right)e^{p_i t}.$$

При этом если комплексный корень $p_i = \alpha_i \pm j\omega_i$ имеет отрицательную действительную часть $\alpha_i < 0$, то эта группа слагаемых также с течением времени стремится к нулю.

То есть видно, что в самом общем случае для устойчивости САУ необходимо и достаточно, чтобы ***все*** корни характеристического уравнения были ***левыми***, т.е. располагались в левой полуплоскости корней.

Задание

Система состоит из звена указанного типа с заданными параметрами (варианты приведены в таблице), охваченного единичной обратной связью.

1. Найдите корни характеристического уравнения, если ОС положительна, и определите их расположение на комплексной плоскости.

http://cifra.studentmiv.ru/tau-2-semestr/2-5-ustoychivost/

2. Повторите для ООС.

Вариант	Звено	*k*	*T*	Вариант	Звено	*k*	*T*
1	А	5	1	31	А	260	0,35
2	И	4	1,1	32	И	250	0,3
3	Д	3	1,2	33	Д	240	0,25
4	А	2	1,3	34	А	230	0,2
5	И	50	1,4	35	И	220	0,15
6	Д	45	1,5	36	Д	210	0,1
7	А	40	1,6	37	А	200	0,05
8	И	35	1,7	38	И	10	0,95
9	Д	30	1,8	39	Д	11	0,85
10	А	25	1,9	40	А	12	0,75
11	И	20	2	41	И	13	0,65
12	Д	15	2,1	42	Д	14	0,05
13	А	10	2,2	43	А	15	0,95
14	И	8	1,5	44	И	16	0,85
15	Д	10	2,5	45	Д	17	0,75
16	А	12	3,5	46	А	18	0,65
17	И	14	4,5	47	И	19	0,55
18	Д	16	5,5	48	Д	20	0,45
19	А	18	10	49	А	42	3,5
20	И	20	11	50	И	43	4,5
21	Д	22	12	51	Д	44	5,5
22	А	24	13	52	А	45	27
23	И	26	14	53	И	46	29
24	Д	28	15	54	Д	47	2
25	А	30	16	55	А	48	4
26	И	35	17	56	И	27	0,4
27	Д	40	18	57	Д	29	0,5
28	А	290	0,5	58	А	2	0,6
29	И	280	0,45	59	И	4	0,7
30	Д	270	0,4	60	Д	53	0,8

Пример решения для первого варианта

Структурная схема САУ, состоящей из А-звена (k = 5, T=1), охваченного единичной обратной связью, представлена на рис. 2.3.

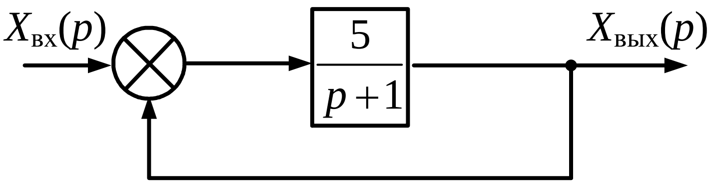


Рис. 2.3. Структурная схема САУ

Решение для ПОС

$$W(p)=\frac{\frac{5}{p+1}}{1-\frac{5}{p+1}}=\frac{5}{p+1-5}=\frac{5}{p-4}.$$

Характеристическое уравнение

$$p - 4 = 0.$$

Его корень

$$p = 4 > 0$$

расположен в правой комплексной полуплоскости (рис. 2.4), поэтому называется ***правым***.

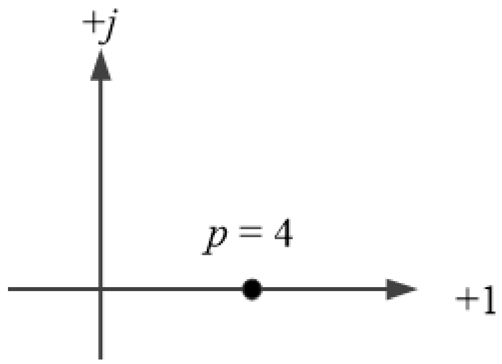


Рис. 2.4. Расположение корня для САУ с ПОС

Решение для ООС

$$W(p)=\frac{\frac{5}{p+1}}{1+\frac{5}{p+1}}=\frac{5}{p+1+5}=\frac{5}{p+6}.$$

Характеристическое уравнение

$$p + 6 = 0.$$

Его корень

$$p = -6 < 0$$

расположен в левой комплексной полуплоскости (рис. 2.5), поэтому называется ***левым***.

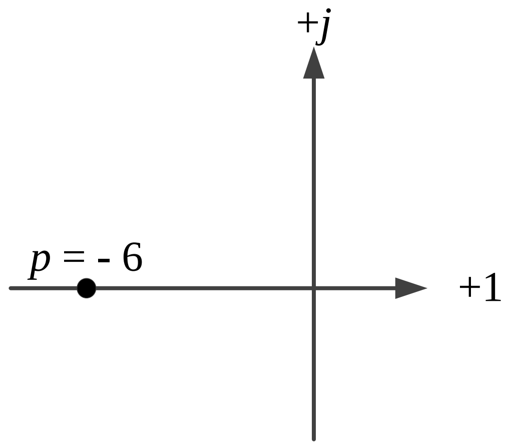


Рис. 2.5. Расположение корня для САУ с ООС

3. Математические основы устойчивости

Вычисление корней характеристического уравнения не вызывает затруднений лишь для первой и второй степеней. Существуют общие выражения для корней уравнений 3-й и 4-й степеней, но они громоздки. Общие выражения для корней уравнений более высоких порядков вообще невозможно написать через коэффициенты характеристического уравнения. Поэтому нашли применение ***критерии устойчивости*** – это правила, позволяющие определять устойчивость САУ ***без вычисления*** корней.

Критерии подразделяют на алгебраические и частотные. Математически они эквивалентны, однако выбор того или иного критерия при решении конкретных задач позволяет провести исследование устойчивости наиболее простым путем.

Алгебраические критерии устойчивости позволяют судить об устойчивости по коэффициентам характеристического уравнения:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0 = 0. \qquad (3.1)$$

Необходимое условие устойчивости САУ любого порядка – это положительность всех коэффициентов характеристического уравнения:

$$\alpha_n > 0, \alpha_{n-1} > 0, \ldots, \alpha_1 > 0, \alpha_0 > 0.$$

Проанализируем это положение для различных случаев корней.

Вещественные корни

Вещественные корни имеют вид: $p_i = \alpha_i$. Характеристическое уравнение можно представить в виде

$$a_n(p-\alpha_1)(p-\alpha_2)...(p-\alpha_n)=0.$$

При отрицательных корнях, когда $\alpha_i < 0$, оно преобразуется к виду

$$a_n(p+|\alpha_i|)(p+|\alpha_2|)...(p+|\alpha_n|)=0. \qquad (3.2)$$

Очевидно, что из выражения (3.2) можно получить уравнение (3.1), при этом множители при комплексной переменной *p* будут положительны.

Комплексные корни

Комплексные корни имеют вид $p_i = \alpha_i \pm j\omega_i$.

Если действительная составляющая корней отрицательна ($\alpha_i < 0$), тогда характеристическое уравнение разложится на сомножители следующим образом:

$$a_n\Big(\big(p+|\alpha_n|-j\omega_n\big)\big(p+|\alpha_n|+j\omega_n\big)...\big(p+|\alpha_i|\big)...\big(p+|a_0|\big)\Big)=0.$$

Здесь комплексно сопряженная пара корней взята для примера с индексом *n*. Используя соотношения разности квадратов, получим

$$a_n((p+|\alpha_n|)^2+\omega_0^2)...(p+|\alpha_i|)...(p+|a_0|)=0. \qquad (3.3)$$

Все множители в выражении (3.3) положительны, следовательно, в уравнении (3.1) все коэффициенты тоже положительны.

Для систем первого и второго порядков необходимое условие устойчивости является и достаточным условием устойчивости, т.к. в этом случае при положительных коэффициентах характеристического уравнения все его корни являются левыми.

Реализация для системы первого порядка

Для САУ первого порядка характеристическое уравнение имеет вид

$$a_1p+a_0=0.$$

Очевидно, что при положительных параметрах $a_1 > 0$ и $a_2 > 0$ корень *p* может быть только отрицательным. Он равен

$$p=-\frac{a_0}{a_1}.$$

Реализация для системы второго порядка

Для САУ второго порядка характеристическое уравнение:

$$a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0.$$

Его корни рассчитываются как

$$p_{12} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}}{2a_2} = -\frac{a_1}{2a_2} \pm \frac{\sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}}{2a_2}.$$

При всех положительных параметрах $a_2 > 0$, $a_1 > 0$, $a_0 > 0$ вещественная часть корней всегда отрицательна.

Реализация для системы третьего порядка

Для систем 3го и более порядков положительность коэффициентов является необходимым, но не достаточным условием, т.к. все вещественные корни будут левыми, а комплексные корни могут быть и правыми.

Рассмотрим характеристическое уравнение третьего порядка

$$a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0,$$

причем необходимое условие устойчивости выполняется

$$a_3 > 0,\ a_2 > 0,\ a_1 > 0,\ a_0 > 0.$$

Пусть корни данного уравнения равны:

$$p_1 = \alpha_1,\ p_2 = \alpha_2 - j\omega,\ p_3 = \alpha_2 + j\omega.$$

Рассмотрим свойства корней кубического уравнения:

1) $p_1 + p_2 + p_3 = -\dfrac{a_2}{a_3} < 0.$

$\alpha_1 + \alpha_2 - j\omega + \alpha_2 + j\omega = \alpha_1 + 2\alpha_2 < 0$ - может быть получено и при $\alpha_2 > 0$ и при $\alpha_1 > 0$, здесь важно их соотношение;

2) $\dfrac{1}{p_1} + \dfrac{1}{p_2} + \dfrac{1}{p_3} = -\dfrac{a_1}{a_0} < 0.$

$$\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2 - j\omega} + \frac{1}{\alpha_2 + j\omega} =$$

$$= \frac{(\alpha_2 - j\omega)(\alpha_2 + j\omega) + \alpha_1(\alpha_2 + j\omega) + \alpha_1(\alpha_2 - j\omega)}{\alpha_1(\alpha_2^2 + \omega^2)} =$$

$$= \frac{\alpha_2^2 + \omega^2 + 2\alpha_1\alpha_2}{\alpha_1(\alpha_2^2 + \omega^2)} < 0.$$

Условие устойчивости выполняется, если числитель и знаменатель полученного выражения имеют разные знаки. Если $a_1 < 0$, то независимо от знака α_2 условие может быть выполнено, т.е. α_2 может оказаться и положительным

$$\alpha_1(\alpha_2 - j\omega)(\alpha_3 + j\omega) = \alpha_1(\alpha_2^2 + \omega^2).$$

То есть и при всех положительных коэффициентах характеристическое уравнение третьей степени может иметь правые комплексные корни. Поэтому данное условие ***необходимо, но не достаточно*** для определения устойчивости САУ.

Задание

Система состоит из звена указанного в таблице типа, охваченного обратной связью, в которую включено П-звено с параметрами:

- для вариантов с 1 по15 $k_П = 2$;
- для вариантов с 16 по 30 $k_П = 0{,}5$;
- для вариантов с 31 по 45 $k_П = 0{,}2$;
- для вариантов с 46 по 70 $k_П = 0{,}01$.

Для звена 2-го порядка заданы две постоянные времени T_1 и T_2, для РИ-звена – одна постоянная времени $T = T_1$.

Выполните приведённое ниже задание дважды:
а) для отрицательной обратной связи и
б) для положительной обратной связи.

1. Нарисуйте функциональную схему системы.
2. Выведите формулу передаточной функции системы.
3. Напишите характеристическое уравнение.
4. Проанализируйте необходимое условие устойчивости.
5. Найдите корни характеристического уравнения.
6. Оцените устойчивость полученной системы по свойствам корней характеристического уравнения.

Таблица

Варианты параметров САУ

Вариант	Звено	k	T_1	T_2
1	РИ	2	0,5	
2	Звено 2-го порядка	3	0,7	1,3
3	РИ	4	0,9	
4	Звено 2-го порядка	5	1,1	1,9
5	РИ	6	1,3	
6	Звено 2-го порядка	7	1,5	2,3
7	РИ	8	1,7	
8	Звено 2-го порядка	9	1,9	2,7
9	РИ	10	2,1	
10	Звено 2-го порядка	11	2,3	1,5
11	РИ	12	2,5	
12	Звено 2-го порядка	13	2,7	1,7
13	РИ	14	0,01	
14	Звено 2-го порядка	15	0,02	2,1
15	РИ	16	0,03	
16	Звено 2-го порядка	17	0,04	2,5
17	РИ	18	0,05	
18	Звено 2-го порядка	19	0,06	0,1
19	РИ	20	0,07	
20	Звено 2-го порядка	25	0,08	0,1
21	РИ	30	0,09	
22	Звено 2-го порядка	35	0,1	0,2
23	РИ	40	0,11	
24	Звено 2-го порядка	45	1,1	0,2
25	РИ	50	1,3	
26	Звено 2-го порядка	55	1,5	2,5
27	РИ	60	1,7	
28	Звено 2-го порядка	65	1,9	0,1
29	РИ	70	2,1	
30	Звено 2-го порядка	75	2,3	0,2
31	РИ	80	2,5	
32	Звено 2-го порядка	85	2,7	0,2
33	РИ	90	0,01	
34	Звено 2-го порядка	95	0,02	1,5

35	РИ	100	0,03	
36	Звено 2-го порядка	105	0,04	0,95
37	РИ	110	0,05	
38	Звено 2-го порядка	115	0,06	0,75
39	РИ	120	0,07	
40	Звено 2-го порядка	125	1,1	0,55
41	РИ	150	1,3	
42	Звено 2-го порядка	160	1,5	0,35
43	РИ	170	1,7	
44	Звено 2-го порядка	180	1,9	0,65
45	РИ	190	2,1	
46	Звено 2-го порядка	200	2,3	0,85
47	РИ	210	2,5	
48	Звено 2-го порядка	220	2,7	0,02
49	РИ	230	0,01	
50	Звено 2-го порядка	240	0,02	0,04
51	РИ	250	0,03	
52	Звено 2-го порядка	260	0,04	0,06
53	РИ	270	0,05	
54	Звено 2-го порядка	280	0,06	0,01
55	РИ	290	0,07	
56	Звено 2-го порядка	300	1,1	0,03
57	РИ	310	1,3	
58	Звено 2-го порядка	320	1,5	0,05
59	РИ	330	1,7	
60	Звено 2-го порядка	340	1,9	0,07
61	РИ	350	5	
62	Звено 2-го порядка	360	10	2
63	РИ	500	15	
64	Звено 2-го порядка	600	20	3
65	РИ	700	25	
66	Звено 2-го порядка	800	30	4
67	РИ	900	35	
68	Звено 2-го порядка	1000	40	5
69	РИ	1100	0,5	
70	Звено 2-го порядка	1200	1	6

Пример решения для первого варианта

Структурная схема САУ, состоящей из РИ-звена (k = 2, T=0,5), охваченного единичной обратной связью, представлена на рис. 3.1.

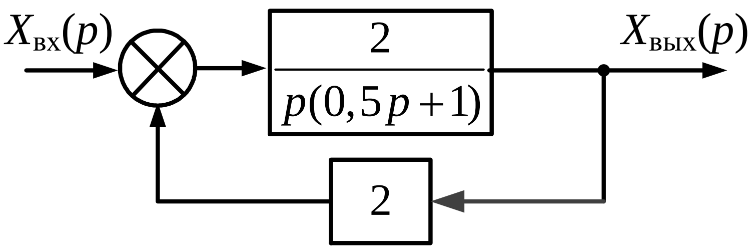


Рис. 3.1. Структурная схема САУ

Решение для ПОС

$$W(p) = \frac{\dfrac{2}{p(0,5p+1)}}{1-2\cdot\dfrac{2}{p(0,5p+1)}} = \frac{2}{p(0,5p+1)-4} = \frac{2}{0,5p^2+p-4}.$$

Характеристическое уравнение:

$$0,5p^2 + p - 4 = 0.$$

Его коэффициенты:

$$a_2 = 0,5 > 0,\ \ a_1 = 1 > 0,\ a_0 = -4 < 0.$$

Необходимое условие устойчивости не выполняется – система неустойчива.

Корни характеристического уравнения:

$$p_1 = -1 - 3 = -4 < 0,$$

$$p_2 = -1 + 3 = 2 > 0$$

расположены и в левой, и в правой комплексной полуплоскости (рис. 3.2), что подтверждает неустойчивый характер системы.

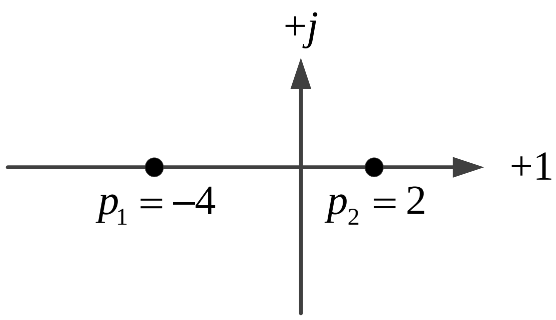


Рис. 3.2. Расположение корня для САУ с ПОС

Решение для ООС

$$W(p)=\frac{\dfrac{2}{p(0,5p+1)}}{1+2\cdot\dfrac{2}{p(0,5p+1)}}=\frac{2}{p(0,5p+1)+4}=\frac{2}{0,5p^2+p+4}.$$

Характеристическое уравнение:

$$0,5p^2+p+4=0.$$

Его коэффициенты:

$$a_2=0,5>0,\ a_1=1>0,\ a_0=4>0.$$

Необходимое условие устойчивости выполняется – система устойчива.

Корни характеристического уравнения

$$p_{1,2}=-1\pm\sqrt{-7}=-1\pm2,65j$$

расположены в левой комплексной полуплоскости (рис. 3.3), что подтверждает устойчивый характер системы.

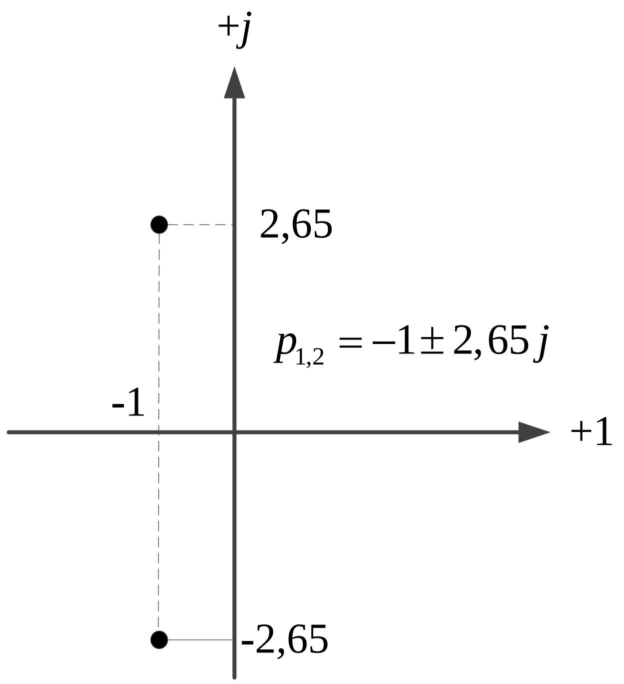


Рис. 3.3. Расположение корня для САУ с ООС