

1. Основные термины и определения

Общая теория управления, охватывающая как неживую, так и живую природу, является предметом науки **кибернетики**.

Теория автоматического управления (ТАУ) – это часть кибернетики. Она изучает автоматическое управление техническими объектами.

Управление объектом – это процесс воздействия на него **с целью**:

- 1) обеспечения требуемого течения процессов в нем либо
- 2) требуемого изменения его состояния

на основе переработки информации о состоянии объекта **в соответствии** с целью управления.

Объект управления может принадлежать:

- 1) к неживой природе, в частности быть техническим устройством;
- 2) к живой природе (коллектив людей, животное).

Управление может быть:

- 1) **ручным**, т.е. осуществляться самим человеком;
- 2) **автоматическим**, т.е. осуществляться без непосредственного воздействия человека.

Управляющее устройство (УУ) или **регулятор (Р)** – это техническое устройство, с помощью которого осуществляется автоматическое управление объектом.

Система автоматического управления (САУ) – это совокупность объекта управления и устройства управления УУ. В общем виде САУ может быть представлена в виде **структурной схемы**, представленной на рис 1.1.

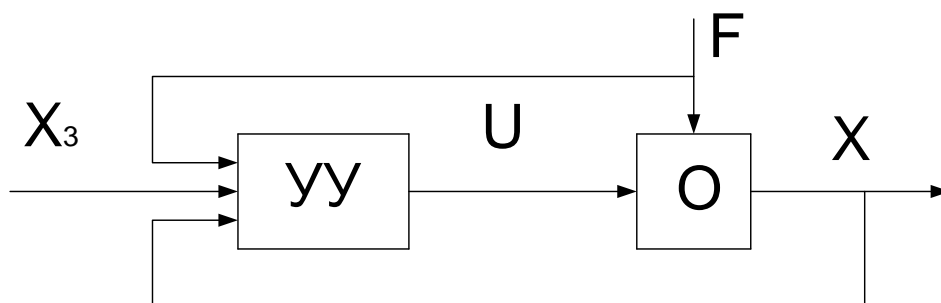


Рис. 1.1. Структурная схема САУ

Здесь U – управляющее воздействие; F – **возмущающее воздействие** (возмущение, помеха), которое изменяет состояние объекта, т.е. выходную величину САУ X_3 , препятствуя управлению.

На вход УУ подаётся информация о выходной величине X , о возмущении F и задающее воздействие X_3 .

УУ перерабатывает получаемую информацию по определенному заложенному в нем **алгоритму (закону)**. В результате на его выходе возникает **управляющее воздействие**.

Как сказано выше, на рис. 1.1 представлена структурная схема САУ. Какие же еще схемы существуют? Принята следующая общая классификация.

Структурные – схемы, дающие самое общее представление о составных частях системы и связях между ними. Визуально они представляют собой прямоугольники с надписями, соединенные стрелками. Примером структурных схем служат рис. 1.1 и 1.2.

Функциональные – более детальные схемы, на которых могут применяться условные графические элементы (УГО) отдельных элементов или фрагменты математического описания компонентов. Примеры функциональных схем приводятся в главе 2.

Принципиальные – состоят из реально существующих компонентов и служат основой конструкторской документации. Разработка схем данного вида выходит за рамки рассматриваемой дисциплины.

На рис. 1.2 показаны основные составные части управляющего устройства:

1) **чувствительные устройства (ЧУ)** – это измерительные устройства, датчики – служат для измерения подаваемых на управляющее устройство воздействий X , X_3 и F .

2) **вычислительное устройство (ВУ)** – реализует алгоритм работы УУ.

В простейшем случае это **аналоговое** устройство (сумматор, интегратор, компаратор, функциональный преобразователь). В более сложных случаях применяется **цифровая** обработка информации. Тогда ВУ состоит из 3 частей:

- 1) **аналого-цифровой преобразователь (АЦП)** – преобразует, как правило, аналоговые сигналы с ЧУ в цифровую форму;
- 2) ЭВМ – собственно вычислитель, рассчитывающий коды управляющего воздействия;
- 3) **цифроаналоговый преобразователь (ЦАП)** – преобразует код в аналоговый сигнал U , который и поступает на объект или на специальное устройство, являющееся посредником между регулятором и объектом (исполнительный механизм);

- 4) **исполнительные устройства (ИУ)** – предназначены для непосредственного управления объектом в соответствии с управляющим воздействием.

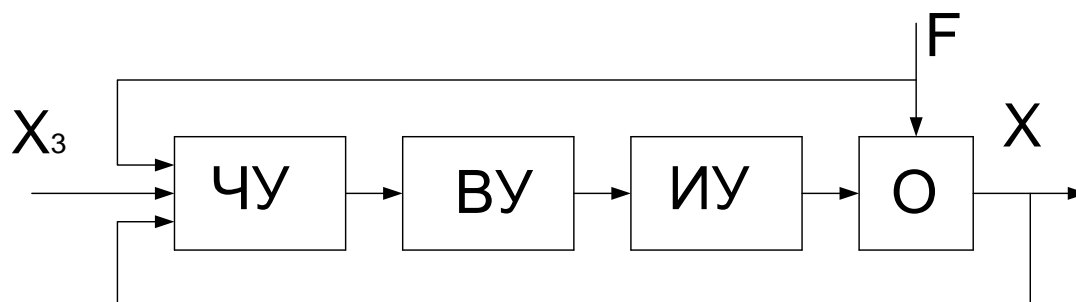


Рис. 1.2. Структурная схема САУ с детализацией компонентов регулятора

В ТАУ принято следующее допущение: все элементы САУ обладают **однонаправленностью действия**, они воздействуют лишь на *последующий* элемент системы, т.е. сигнал проходит только от входа к выходу элемента. Каждый последующий элемент *не оказывает влияния* на предыдущий.

Естественно, данное допущение является идеализацией. Например, размещение датчика скорости на валу двигателя неизбежно повлияет на его параметры (увеличит момент инерции), но данным обстоятельством пренебрегают.

Связь в САУ – это простейшая составная её часть, отображающая путь и направление передачи воздействия между элементами САУ.

Участок цепи от точки приложения входного воздействия до точки съема выходного сигнала в направлении распространения сигнала называется **основной прямой связью**.

Дополнительная (местная) связь – это контур, охватывающий один или несколько элементов основной цепи.

Местные связи бывают следующих **видов**:

- 1) **прямая** – если её направление совпадает с направлением главной связи;
- 2) **обратная (ОС)** – если её направление *противоположно* направлению главной связи, а её сигнал подаётся с выхода группы элементов основной цепи, охваченных этой связью, на их вход.

Различают ОС:

- 1) *по знаку*

а) **положительную ОС (ПОС)** – проходящий по ней сигнал складывается с основным сигналом на входе группы элементов, охваченных этой связью;

б) **отрицательную ОС (ООС)** – если этот сигнал вычитается из основного сигнала на входе группы элементов, охваченных этой связью;

2) по времени воздействия

а) **жесткая ОС** – если передаваемое этой связью воздействие зависит только от выходной величины (регулируемого параметра) и не зависит от времени;

б) **гибкая ОС** – действует только во время переходного процесса;

3) по степени охвата главной цепи (рис. 1.3)

а) **местная (дополнительная) ОС** – охватывает часть главной цепи;

б) **главная ОС**.

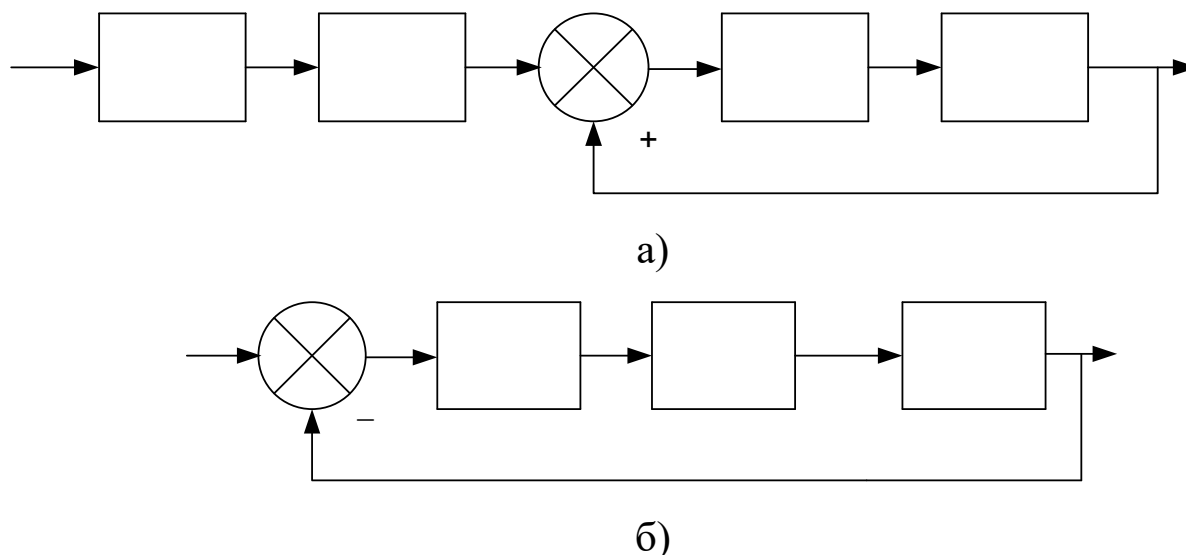


Рис. 1.3. Виды ОС:

а) местная положительная; б) главная отрицательная.

Здесь \otimes – обозначение сумматора.

Линейной называется САУ, описываемая линейными дифференциальными уравнениями (ДУ).

Для линейных систем справедлив **принцип суперпозиции**: реакция линейной САУ на любую комбинацию внешних воздействий равна сумме реакций на каждое из этих воздействий, поданных на систему порознь.

Принцип суперпозиции лежит в основе общей теории линейных САУ, описываемых линейными ДУ любого порядка. Его применение позволяет выразить реакцию линейной САУ на любое произвольное

воздействие через реакцию системы на элементарные **типовые** воздействия. Для этого произвольный входной сигнал нужно представить в виде алгебраической суммы **типовых элементарных входных сигналов**:

- **единичная ступенчатая функция**

$$1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t \geq 0; \end{cases}$$

- **единичный мгновенный импульс**

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0, \\ \infty, & t = 0, \end{cases}$$

причем функция $\delta(t)$ – это производная от функции $1(t)$ и представляет собой узкий импульс, ограничивающий единичную площадь;

- **линейный сигнал**

$$x_{\text{вх}}(t) = at;$$

- **гармонический сигнал**

$$x_{\text{вх}}(t) = X_{\text{max}} \sin(\omega t + \psi).$$

Целью рассмотрения САУ может быть решение одной из двух задач:

1) **анализ САУ** – определение свойств САУ по её известным параметрам;

2) **синтез САУ** – разработка системы, удовлетворяющей известным требованиям и имеющей определенные, заранее известные характеристики.

В самом общем виде **исследование САУ** заключается в следующем:

1) разрабатывается математическое описание САУ;

2) исследуются её установившиеся режимы;

3) осуществляется исследование переходных режимов.

Для математического описания САУ разбивают на звенья не по функциональному признаку, а исходя из удобства получения этого описания. С этой целью разбиение САУ осуществляют на возможно более мелкие простые звенья, но вместе с тем обладающие **однонаправленностью** действия.

Звеном направленного действия называется звено, передающее воздействие только в одном направлении – со входа на выход, так что

изменение состояния такого звена не влияет на состояние предшествующего звена, работающего на его вход. В результате такого разбиения математическое описание каждого отдельного звена может быть составлено *без учёта связи его с другими звеньями*. Математическое описание осуществляется *одним из способов*:

- 1) *аналитически* – в виде уравнений, связывающих входные и выходные величины звена;
- 2) *графически* – в виде характеристик, описывающих ту же связь.

Всей САУ соответствует совокупность составленных независимо друг от друга уравнений или характеристик отдельных звеньев, образующих систему уравнений, дополненных уравнениями связи между ними.

В результате разбиения на звенья и математического описания составляется *структурная схема САУ*, состоящая из связанных между собой *типовых звеньев*.

2. Передаточная функция обобщённой САУ

Для системы, представленной как «черный ящик» (рис. 2.1), связь между входным и выходным сигналами в общем виде описывается дифференциальным уравнением, у которого в левой части размещается сумма всех производных выходного сигнала $x_{\text{ВЫХ}}(t)$, а в правой части – сумма всех производных входного сигнала $x_{\text{ВХ}}(t)$:

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n x_{\text{ВЫХ}}(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x_{\text{ВЫХ}}(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx_{\text{ВЫХ}}(t)}{dt} + a_0 x_{\text{ВЫХ}}(t) = \\ = b_m \frac{d^m x_{\text{ВХ}}(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x_{\text{ВХ}}(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx_{\text{ВХ}}(t)}{dt} + b_0 x_{\text{ВХ}}(t). \end{aligned} \quad (3.1)$$



Рис. 2.1. Структурная схема САУ, представленной как «черный ящик»

Здесь $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0, b_m, b_{m-1}, \dots, b_1, b_0$ – константы, определяющие динамические свойства системы. Другими словами, это *параметры САУ*.

Чтобы найти $x_{\text{ВЫХ}}(t)$, нужно решить ДУ (2.1). В теории автоматического управления используется *операционный метод*, когда

нахождение реакции системы $x_{\text{ВЫХ}}(t)$ осуществляется по следующему алгоритму.

Находится изображение ДУ (2.1) – алгебраическое уравнение относительно комплексной переменной p . При этом учитываются соотношения:

а) изображения входного и выходного сигналов равны

$$L[x_{\text{ВХ}}(t)] = X_{\text{ВХ}}(p) \text{ и } L[x_{\text{ВЫХ}}(t)] = X_{\text{ВЫХ}}(p)$$

б) константы можно выносить за операцию преобразования, например:

$$L[a_0 x_{\text{ВХ}}(t)] = a_0 X_{\text{ВХ}}(p);$$

в) взятие производной по времени для оригинала даёт умножение на p в изображении, например:

$$L\left[\frac{dx_{\text{ВХ}}(t)}{dt}\right] = pX_{\text{ВХ}}(p);$$

г) интегрирование по времени для оригинала даёт деление на p в изображении, например:

$$L\left[\int_0^t x_{\text{ВХ}}(t)dt\right] = \frac{X_{\text{ВХ}}(p)}{p};$$

е) сумме оригиналов соответствует сумма изображений:

$$L\left[\sum_{i=1}^k f_i(t)\right] = \sum_{i=1}^k F_i(p),$$

где $F_i(p)$ – изображение для оригинала $f_i(t)$.

С учетом этих правил ДУ (2.1) записывается в виде линейного алгебраического уравнения:

$$\begin{aligned} a_n p^n X_{\text{ВЫХ}}(p) + a_{n-1} p^{n-1} X_{\text{ВЫХ}}(p) + \dots + a_1 p X_{\text{ВЫХ}}(p) + a_0 X_{\text{ВЫХ}}(p) = \\ = b_m p^m X_{\text{ВХ}}(p) + b_{m-1} p^{m-1} X_{\text{ВХ}}(p) + \dots + b_1 p X_{\text{ВХ}}(p) + b_0 X_{\text{ВХ}}(p). \end{aligned}$$

При этом должно соблюдаться равенство нулю начальных условий для ДУ. Иными словами, преобразование Лапласа правомерно, если до наступления задающего или возмущающего воздействия на объект САУ находилась в состоянии равновесия, принимаемом за нулевое. При поступлении задающего или возмущающего воздействия расчет значений производится от установившегося (нулевого) состояния, а отсчет времени t – с момента поступления воздействия.

Вынесение за скобки изображений входного и выходного сигналов $X_{\text{ВХ}}(p)$ и $X_{\text{ВЫХ}}(p)$ позволяет получить выражение

$$\begin{aligned} X_{\text{ВЫХ}}(p) & (a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0) = \\ & = X_{\text{ВХ}}(p) (b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0). \end{aligned}$$

Отсюда изображение искомой функции $x_{\text{ВЫХ}}(t)$:

$$X_{\text{ВЫХ}}(p) = X_{\text{ВХ}}(p) \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}. \quad (2.2)$$

При прохождении через САУ сигнал $x_{\text{ВХ}}(t)$ преобразуется в $x_{\text{ВЫХ}}(t)$. В операторной форме влияние САУ на вид сигнала полностью определяется дробью в выражении (2.2). Она называется *передаточной функцией* звена (ПФ):

$$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}. \quad (2.3)$$

Таким образом, передаточная функция САУ тождественна отношению изображений выходного и входного сигналов. Она полностью определяется параметрами САУ $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0, b_m, b_{m-1}, \dots, b_1, b_0$ и является её «паспортом», по которому можно определить любые характеристики системы.

С понятием передаточной функции связано ещё несколько определений:

- Корни полинома числителя ПФ называются **нулями** передаточной функции.
- Корни знаменателя ПФ называются **полюсами**.
- Знаменатель ПФ, приравненный нулю, называется **характеристическим уравнением**

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0.$$