

Соединения звеньев

При всём многообразии технических систем САУ любой сложности можно рассматривать как совокупность следующих видов соединений:

- 1) последовательное;
- 2) параллельное;
- 3) встречно-параллельное (соединение с обратной связью).

Передаточные функции соединений Последовательное соединение звеньев

Допустим, САУ состоит из трёх последовательно соединённых звеньев (рис. 1) однонаправленного действия с известными передаточными функциями $W_1(p)$, $W_2(p)$ и $W_3(p)$. Входным сигналом последующего звена является выходной сигнал предыдущего.



Рис. 1. Структурная схема последовательного соединения

Для определения передаточной функции данной САУ выразим выходной сигнал каждого звена через передаточную функцию и входной сигнал, начиная с последнего:

$$\begin{aligned} X_{\text{вых}}(p) &= X_{\text{вых3}}(p) = X_{\text{вх3}}(p) \cdot W_3(p) = X_{\text{вых2}}(p) \cdot W_3(p) = \\ &= X_{\text{вх2}}(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p) = X_{\text{вых1}}(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p) = \\ &= X_{\text{вх1}}(p) \cdot W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p) = X_{\text{вх}}(p) \cdot W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p). \end{aligned}$$

Отсюда уравнение передаточной функции соединения

$$W(p) = \frac{X_{\text{вых}}(p)}{X_{\text{вх}}(p)} = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p).$$

Для n последовательно соединённых звеньев

$$W_{\text{посл}}(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p). \quad (1)$$

Пример. По заданной структурной схеме (рис. 2) определить передаточную функцию системы.

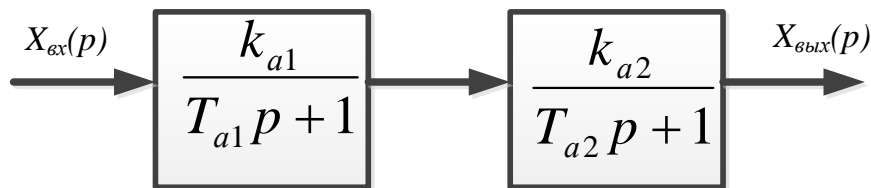


Рис. 2. Пример функциональной схемы последовательного соединения

Передаточная функция данной системы получается перемножением передаточных функций входящих в соединение звеньев:

$$W(p) = \frac{k_{a1}}{T_{a1}p + 1} \cdot \frac{k_{a2}}{T_{a2}p + 1} = \frac{k_{a1}k_{a2}}{T_{a1}T_{a2}p^2 + (T_{a1} + T_{a2})p + 1},$$

это звено второго порядка с коэффициентом усиления

$$k = k_{a1} \cdot k_{a2}$$

и постоянными времени

$$T_1^2 = T_{a1} \cdot T_{a2} \text{ и } T_2 = T_{a1} + T_{a2}.$$

Параллельное соединение звеньев

Пусть САУ состоит из трёх параллельно соединённых звеньев (рис. 3) однонаправленного действия с известными передаточными функциями $W_1(p)$, $W_2(p)$ и $W_3(p)$. При этом на вход нескольких звеньев подаётся один и тот же входной сигнал, а выходные сигналы всех звеньев суммируются (рис. 3). Выходной сигнал такой системы

$$\begin{aligned} X_{\text{вых}}(p) &= X_{\text{вых1}}(p) + X_{\text{вых2}}(p) + X_{\text{вых3}}(p) = \\ &= X_{\text{вх}}(p) \cdot W_1(p) + X_{\text{вх}}(p) \cdot W_2(p) + X_{\text{вх}}(p) \cdot W_3(p), \end{aligned}$$

а передаточная функция –

$$\begin{aligned} W(p) &= \frac{X_{\text{вых}}(p)}{X_{\text{вх}}(p)} = \frac{X_{\text{вх}}(p) \cdot W_1(p) + X_{\text{вх}}(p) \cdot W_2(p) + X_{\text{вх}}(p) \cdot W_3(p)}{X_{\text{вх}}(p)} = \\ &= W_1(p) + W_2(p) + W_3(p). \end{aligned}$$

Передаточная функция для n параллельно соединённых звеньев

$$W_{\text{пар}}(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p). \quad (2)$$

Пример. Найти передаточную функцию САУ, представленной на рис. 4. Параллельное соединение П- и ИИ-звена называется **ПИ-регулятором** и широко используется в системах управления элек-

тропроводами. Более сложное соединение из трех типовых звеньев – пропорционального, идеального интегрирующего и реального дифференцирующего – называется *ПИД-регулятором*.

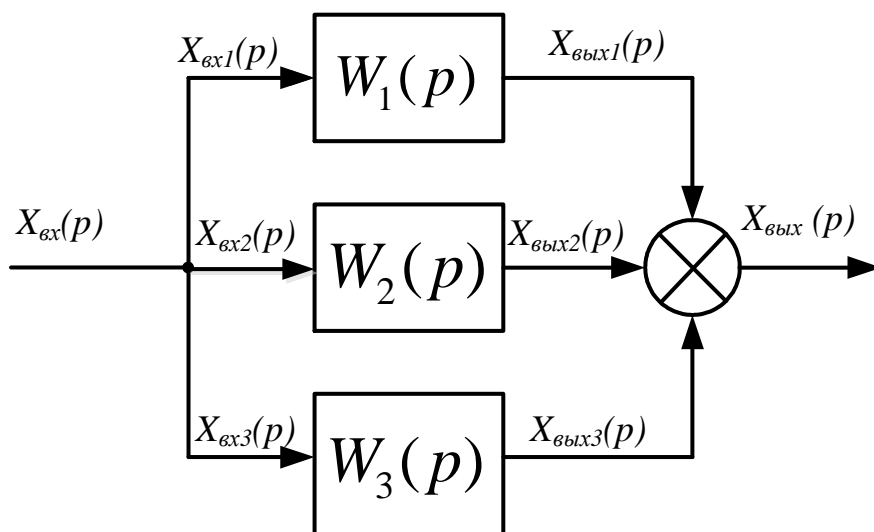


Рис. 3. Структурная схема параллельного соединения звеньев

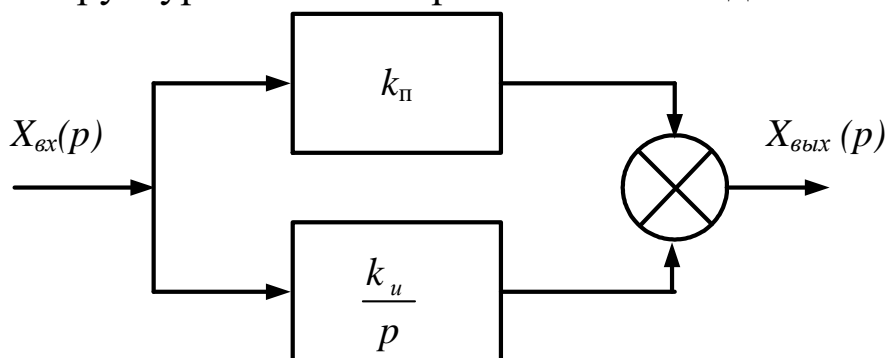


Рис. 4. Функциональная схема ПИ-регулятора

Передаточная функция ПИ-регулятора

$$W(p) = k_{\Pi} + \frac{k_u}{p}. \quad (3)$$

Соединение с обратной связью

Соединение с обратной связью называют еще *встречно-параллельным* (рис. 5). Пусть звено (разомкнутая система) с пере-

даточной функцией $W_{раз}(p)$ будет охвачено обратной связью (ОС) с передаточной функцией $W_{ос}(p)$.

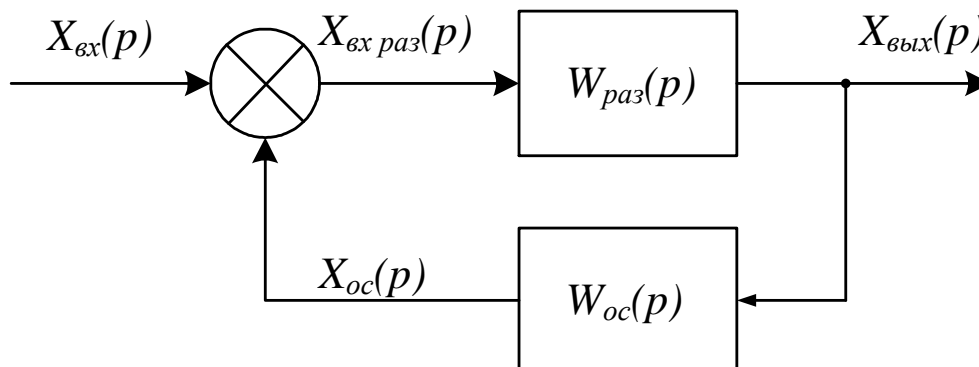


Рис. 5. Структурная схема соединения с обратной связью

На вход САУ поступает выходной сигнал, прошедший через звено с передаточной функцией $W_{ос}(p)$. Полученный при этом сигнал $X_{ос}(p)$ алгебраически складывается с входным сигналом САУ:

а) если ОС положительна (ПОС), то на вход звена, охваченного этой обратной связью, подается сумма входного сигнала и сигнала ПОС

$$X_{вх\ раз}(p) = X_{вх}(p) + X_{ос}(p),$$

б) если она отрицательна, то их разность

$$X_{вх\ раз}(p) = X_{вх}(p) - X_{ос}(p).$$

В общем случае получаем формулу

$$X_{вых}(p) = (X_{вх}(p) \pm X_{ос}(p)) \cdot W_{раз}(p).$$

Выражение для сигнала обратной связи

$$X_{ос}(p) = X_{вых}(p) \cdot W_{ос}(p)$$

подставим в выражение для выходного сигнала:

$$\begin{aligned} X_{вых}(p) &= (X_{вх}(p) \pm X_{вых}(p) \cdot W_{ос}(p)) \cdot W_{раз}(p) = \\ &= X_{вх}(p) \cdot W_{раз}(p) \pm X_{вых}(p) \cdot W_{ос}(p) \cdot W_{раз}(p). \end{aligned}$$

Для получения передаточной функции перенесем в этом выражении выходной сигнал $X_{вых}(p)$ влево, а входной сигнал $X_{вх}(p)$ – вправо:

$$\begin{aligned} X_{вых}(p) \mp X_{вых}(p) \cdot W_{ос}(p) \cdot W_{раз}(p) &= X_{вх}(p) \cdot W_{раз}(p), \\ X_{вых}(p) (1 \mp W_{ос}(p) \cdot W_{раз}(p)) &= X_{вх}(p) \cdot W_{раз}(p). \end{aligned}$$

Найдем отношение изображений выходного и входного сигналов – это и будет искомая передаточная функция

$$W(p) = \frac{X_{\text{вых}}(p)}{X_{\text{вх}}(p)} = \frac{W_{\text{раз}}(p)}{1 \mp W_{\text{ос}}(p) \cdot W_{\text{раз}}(p)}.$$

Для положительной обратной связи (ПОС) это выражение преобразуется к виду

$$W(p) = \frac{W_{\text{раз}}(p)}{1 - W_{\text{ос}}(p) \cdot W_{\text{раз}}(p)},$$

а для отрицательной обратной связи (ООС)

$$W(p) = \frac{W_{\text{раз}}(p)}{1 + W_{\text{ос}}(p) \cdot W_{\text{раз}}(p)}.$$

Практическое применение находят именно ООС, т.к. они обеспечивают устойчивость САУ.

Пример. Найти передаточную функцию САУ, представленную на рис. 6.

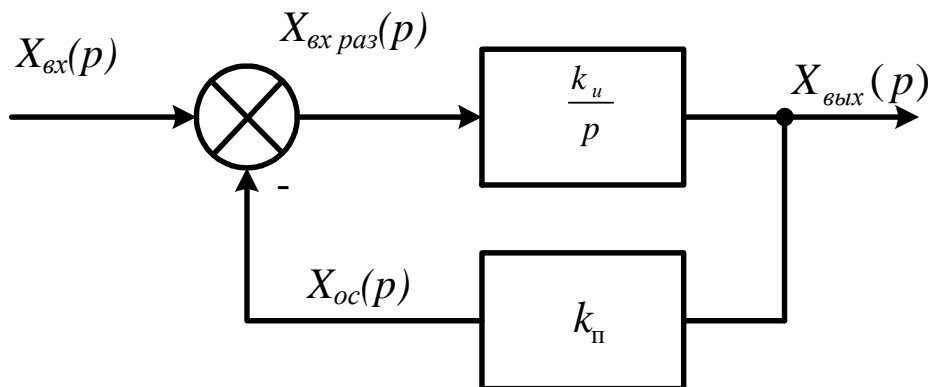


Рис. 6. Пример функциональной схемы соединения с ОС
Передаточная функция для данной схемы

$$W(p) = \frac{\frac{k_u}{p}}{1 + k_{\text{п}} \cdot \frac{k_u}{p}} = \frac{k_u}{p + k_{\text{п}} k_u} = \frac{1}{\frac{1}{k_{\text{п}} k_u} p + 1}.$$

При охвате ИИ-звена пропорциональной отрицательной ОС получим А-звено с параметрами:

$$k = \frac{1}{k_{\text{п}}}; T = \frac{1}{k_{\text{п}} k_u}.$$

Любую сложную многоконтурную схему, в том числе и с перекрещивающимися связями, можно преобразовать к виду, представленному на рис. 5. Это осуществляется с помощью правил преобразования структурных схем.