

Характеристики параллельного соединения. ПИД-регулятор

Для параллельного соединения передаточная функция равна сумме передаточных функций входящих в него звеньев:

$$W(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p).$$

Частотные характеристики

АФЧХ равна сумме АФЧХ звеньев

$$W(j\omega) = \sum_{i=1}^n W_i(j\omega).$$

Годограф строится путем геометрического суммирования векторов $W_i(j\omega)$ при одинаковых частотах. АЧХ и ФЧХ получаются обычным путем через вывод формул действительной и мнимой характеристик:

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= \sum_{i=1}^n W_i(j\omega) = \sum_{i=1}^n (R_i(\omega) + jI_i(\omega)) = \\ &= \sum_{i=1}^n R_i(\omega) + j \sum_{i=1}^n I_i(\omega) = R(\omega) + jI(\omega). \end{aligned}$$

Действительную и мнимую частотные характеристики можно найти как суммы соответствующих характеристик отдельных звеньев:

$$R(\omega) = \sum_{i=1}^n R_i(\omega) \text{ и } I(\omega) = \sum_{i=1}^n I_i(\omega).$$

АЧХ и ФЧХ параллельного соединения:

$$\begin{aligned} A(\omega) &= \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n R_i(\omega)\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n I_i(\omega)\right)^2} \text{ и} \\ \varphi(\omega) &= \operatorname{arctg} \frac{\sum_{i=1}^n I_i(\omega)}{\sum_{i=1}^n R_i(\omega)}. \end{aligned}$$

Переходная функция

Изображение переходной функции для параллельного соединения равно сумме изображений переходных функций входящих в соединение звеньев

$$H(p) = W(p) \cdot \frac{1}{p} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^n W_i(p) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{p} \cdot W_i(p) = \sum_{i=1}^n H_i(p).$$

Следовательно, оригинал переходной функции также находится сложением

$$h(t) = \sum_{i=1}^n h_i(t).$$

Пример. Рассмотрим параллельное соединение П-звена и ИИ-звена, поскольку оно широко применяется в системах управления электроприводами в качестве ПИ-регулятора (рис. 1).

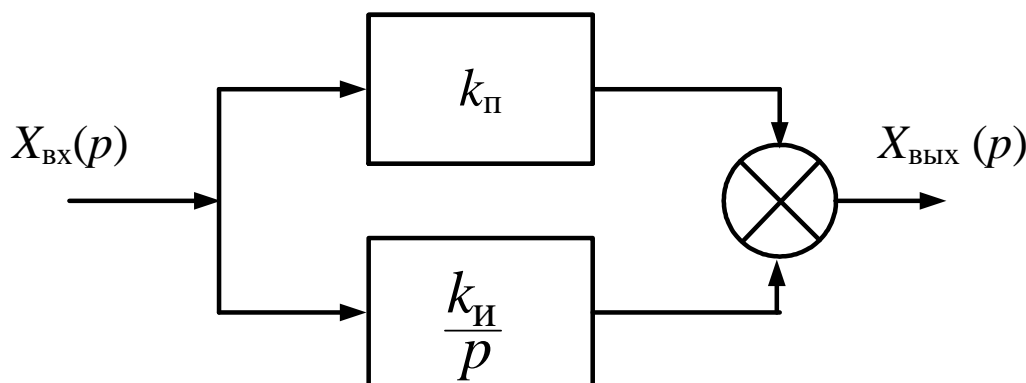


Рис. 1. Функциональная схема ПИ-регулятора
Его передаточная функция:

$$W(p) = k_{п} + \frac{k_{и}}{p}.$$

Отсюда находим АФЧХ:

$$W(j\omega) = k_{п} + \frac{k_{и}}{j\omega} = k_{п} - j \frac{k_{и}}{\omega},$$

действительную и мнимую частотные характеристики:

$$R(\omega) = k_{п} \text{ и } I(\omega) = -\frac{k_{и}}{\omega}.$$

Следовательно, годограф представляет собой прямую, параллельную отрицательной мнимой полуоси и отстоящую от нее на $k_{п}$ вправо (рис. 2).

АЧХ ПИ-регулятора рассчитывается по формуле

$$A(\omega) = \sqrt{k_{п}^2 + \frac{k_{и}^2}{\omega^2}}$$

и имеет вид, показанный на рис. 2.

Вывод формулы ФЧХ:

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \left(-\frac{k_n}{\omega k_n} \right) = \operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{\omega \cdot \frac{k_n}{k_n}} \right) = -\operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\omega \cdot \frac{k_n}{k_n}} \right) =$$

$$= -\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \left(\omega \cdot \frac{k_n}{k_n} \right) \right) = \operatorname{arctg} \left(\omega \cdot \frac{k_n}{k_n} \right) - \frac{\pi}{2}.$$

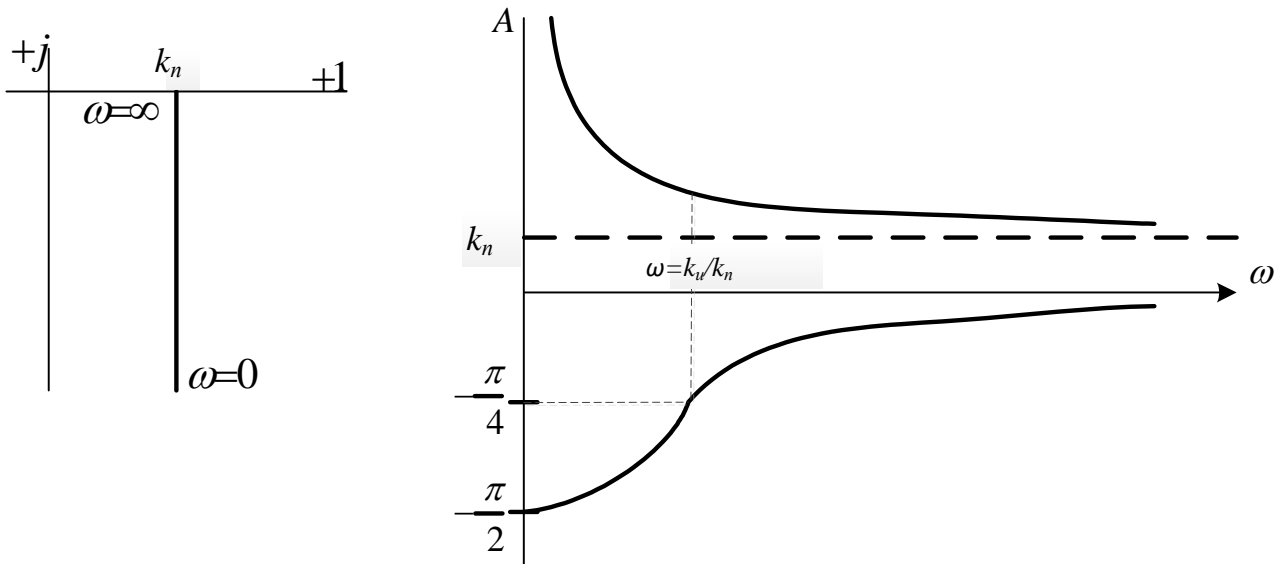


Рис. 2. Годограф, АЧХ и ФЧХ ПИ-регулятора

Расчет для неё характерных точек:

$$\varphi(0) = 0 - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}, \quad \varphi \left(\frac{k_n}{k_n} \right) = \operatorname{arctg} 1 - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{4},$$

$$\varphi(\infty) = \operatorname{arctg} \infty - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 0.$$

График представлен на рис. 2.

Вывод формулы ЛАЧХ:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg \sqrt{k_n^2 + \frac{k_n}{\omega^2}} = 20 \lg \sqrt{k_n^2 \omega^2 + k_n^2} - 20 \lg \omega =$$

$$= 20 \lg k_n + 20 \lg \sqrt{\left(\frac{k_n}{k_n} \cdot \omega \right)^2 + 1} - 20 \lg \omega.$$

В области малых частот для $\omega \leq \frac{k_n}{k_n}$ получаем наклон (-20 дБ/дек)

$$L_{a1}(\omega) = 20 \cdot \lg k_n + 20 \cdot \lg 1 - 20 \cdot \lg \omega = 20 \cdot \lg k_n - 20 \cdot \lg \omega.$$

В области больших частот для $\omega > \frac{k_u}{k_n}$ получаем прямую, параллельную оси абсцисс (рис. 3):

$$\begin{aligned} L_{a2}(\omega) &= 20\lg k_n + 20\lg \frac{k_u}{k_n} \omega - 20\lg \omega = \\ &= 20\lg k_n + 20\lg k_n - 20\lg k_n + 20\lg \omega - 20 \cdot \lg \omega = 20\lg k_n. \end{aligned}$$

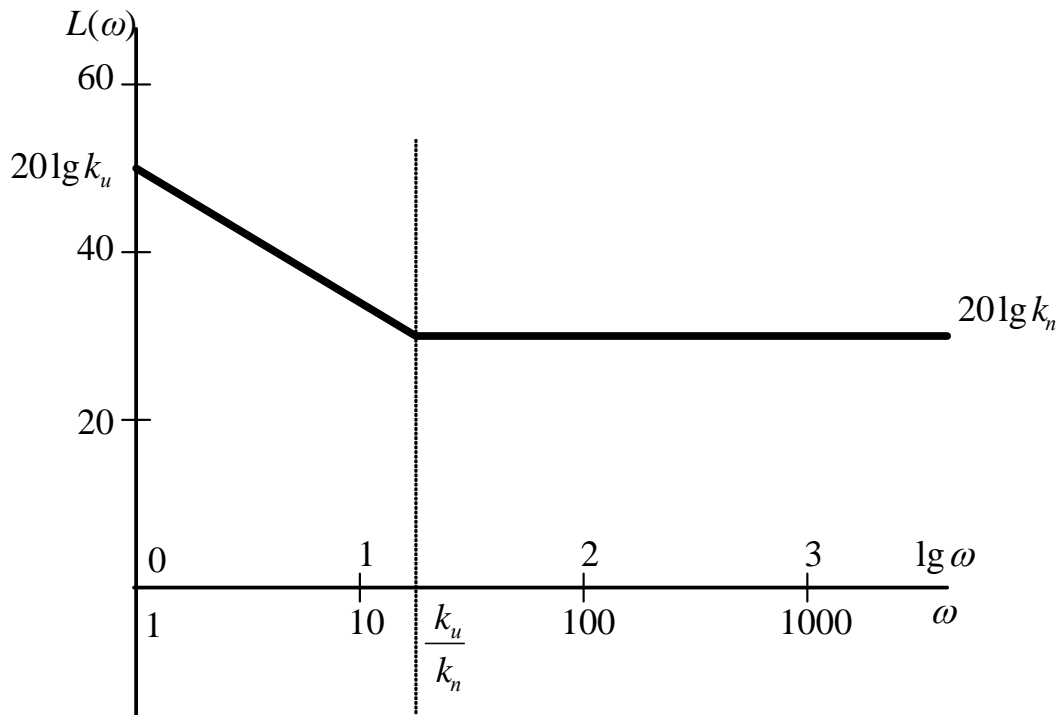


Рис. 3. График асимптотической ЛАЧХ ПИ-регулятора

Построение асимптотической ЛАЧХ:

- 1) правее частоты $\omega = \frac{k_u}{k_n}$ проводим прямую $20\lg k_n$;
- 2) из точки с координатами $\left(20\lg k_n; \frac{k_u}{k_n}\right)$ проводим влево прямую под наклоном (-20дб/дек) . Очевидно, что ось частот график ЛАЧХ пересечет в точке $20\lg k_n$.

Максимальная ошибка будет в точке $\omega = \frac{k_u}{k_n}$:

$$\delta = 20\lg \sqrt{\left(\frac{k_n}{k_n} \cdot \omega\right)^2 + 1} = 20\lg \sqrt{2} \approx 3 \text{ дб.}$$

Реакция ПИ-регулятора на любой входной сигнал равна сумме реакций на этот сигнал П- и И-частей регулятора.

Еще одним примером параллельного соединения является ПИД-регулятор – соединение П-, ИИ- и РД-звеньев.

На рис. 4 представлен переходный процесс в ПИД-регуляторе.

Реакция ПИД-регулятора на любой входной сигнал равна сумме реакций на этот сигнал П-, И- и Д-частей регулятора.

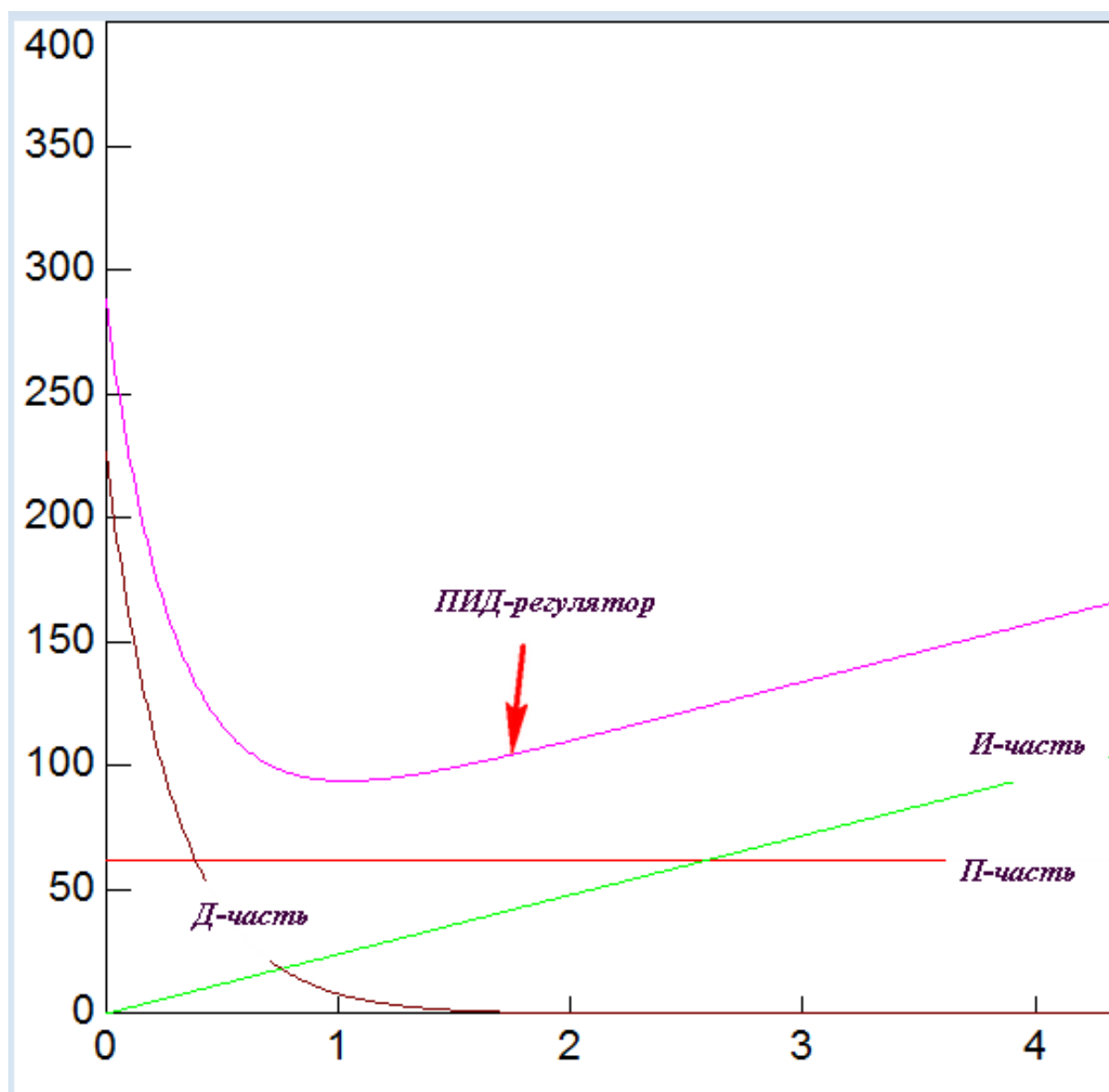


Рис. 4. Переходный процесс в ПИД-регуляторе