

# ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Модуль

Математическое описание САУ:  
основные характеристики

Автор: И.В. Музылёва, к.т.н., доцент кафедры Электропривода ЛГТУ  
Блог [cifra.studentmiv.ru](http://cifra.studentmiv.ru)

# Основные термины и определения

**Линейная САУ** – система, описываемая линейными уравнениями.

**Принцип суперпозиции** – реакция системы на любую комбинацию внешних воздействий равна сумме реакций на каждое из этих воздействий, поданных на систему порознь.

**Основные задачи ТАУ:**

**Анализ** – определение свойств системы по ее известным параметрам.

**Синтез** – разработка системы по совокупности заранее известных свойств.

Автор: И.В. Музылёва, к.т.н., доцент кафедры Электропривода ЛГТУ  
Блог [cifra.studentmiv.ru](http://cifra.studentmiv.ru)

# Основные термины и определения

Порядок исследования систем:

- 1) Математическое описание САУ.
- 2) Исследование установившихся (статических) режимов.
- 3) Исследование переходных (динамических) режимов.

**Звено направленного действия** – звено, передающее воздействие только в одном направлении (со входа на выход) и не влияющее на работу предшествующего звена.

## Применение операционного метода в математическом описании САУ

**Передаточная функция звена или системы** – это отношение изображений выходного и входного сигналов.

**Характеристическое уравнение** – приравненный нулю знаменатель передаточной функции.

**Нули передаточной функции** – корни её числителя.

**Полюсы передаточной функции** – корни её знаменателя.

# Применение операционного метода в математическом описании САУ

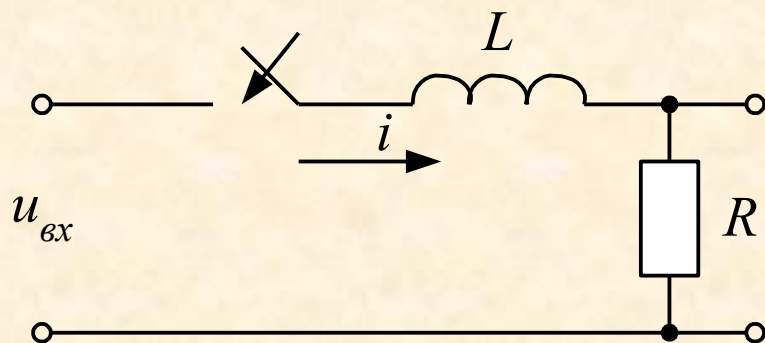
**Главная задача ТАУ** – определение реакции звена (системы) на определенное входное воздействие.

Математически данная задача решается в три этапа:

- 1) Замена дифференциальных уравнений, описывающих звено (систему), алгебраическими уравнениями с переходом от оригиналов к изображениям.
- 2) Решение полученного уравнения (системы уравнений).
- 3) Перевод полученного решения из изображений в оригиналы.

# Передаточные функции различных объектов

RL-цепь:



$u_{\text{вх}}(t)$  – входной сигнал  $x_{\text{вх}}(t)$  ;

$i(t)$  - выходной сигнал  $x_{\text{вых}}(t)$  .

1 этап:  $L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = u_{\text{вх}}(t)$

преобразуем в изображение

$$LpI(p) + RI(p) = U_{\text{вх}}(p)$$

2 этап: найдем передаточную функцию:

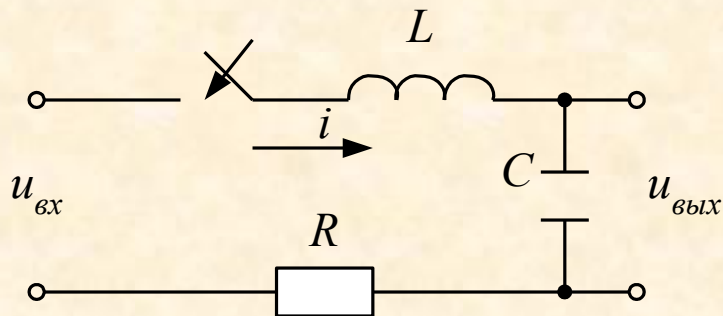
$$W(p) = \frac{X_{\text{вых}}(p)}{X_{\text{вх}}} = \frac{I(p)}{U_{\text{вх}}(p)} = \frac{1}{Lp + R}$$

# Передаточные функции различных объектов

RLC-цепь:

$u_{\text{ВХ}}(t)$  – ВХОДНОЙ СИГНАЛ  $x_{\text{ВХ}}(t)$  ;

$u_{\text{ВЫХ}}(t)$  - ВЫХОДНОЙ СИГНАЛ  $x_{\text{ВЫХ}}(t)$ .



$$\underline{1 \text{ этап:}} \quad L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = u_{\text{вх}}(t)$$

$$\frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = u_{\text{вых}}(t)$$

преобразуем в изображения

$$U_{\text{вх}}(p) = I(p) \left( Lp + R + \frac{1}{Cp} \right)$$

и

$$U_{\text{вых}}(p) = I(p) \frac{1}{Cp}$$

2 этап: найдем передаточную функцию:

$$W(p) = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} = \frac{I(p) \cdot \frac{1}{Cp}}{I(p) \left( Lp + R + \frac{1}{Cp} \right)} = \frac{1}{LCp^2 + RCp + 1}$$



# Передаточные функции различных объектов

RLC-цепь:

$u_{\text{ВХ}}(t)$  – ВХОДНОЙ СИГНАЛ  $x_{\text{ВХ}}(t)$  ;

$u_{\text{ВЫХ}}(t)$  - ВЫХОДНОЙ СИГНАЛ  $x_{\text{ВЫХ}}(t)$ .

$$\underline{1 \text{ этап:}} \quad L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = u_{\text{вх}}(t)$$

$$U_{\text{вых}}(p) = I(p)R$$

преобразуем в изображения

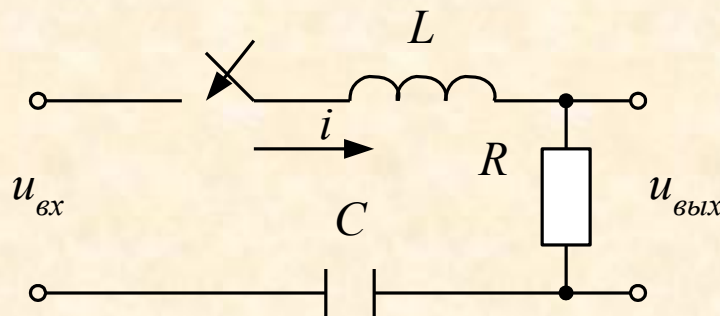
$$U_{\text{вх}}(p) = I(p) \left( Lp + R + \frac{1}{Cp} \right)$$

и

$$U_{\text{вых}}(p) = LpI(p)$$

2 этап: найдем передаточную функцию:

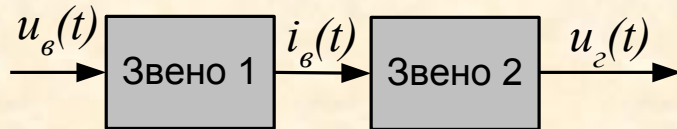
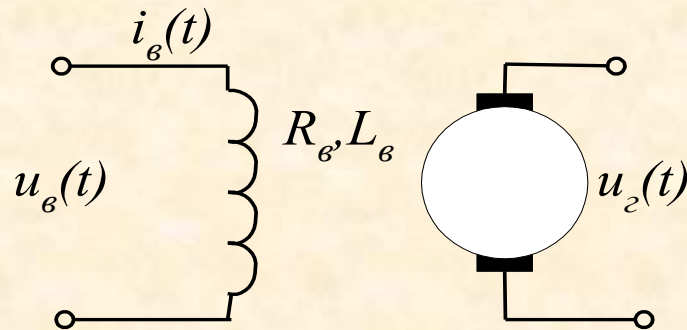
$$W(p) = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} = \frac{I(p) \cdot R}{I(p) \left( Lp + R + \frac{1}{Cp} \right)} = \frac{CRp}{LCp^2 + RCp + 1}$$





# Передаточные функции различных объектов

Генератор постоянного тока  
независимого возбуждения:



$i_g(t)$  – входной сигнал  $X_{\text{ВХ}}(t)$  ;

$u_2(t)$  - выходной сигнал  $X_{\text{ВЫХ}}(t)$  .

1 этап: систему уравнений

$$\begin{cases} L_g \frac{di_g(t)}{dt} + R_g i_g(t) = u_g(t); \\ ki_g(t) = u_2(t) \end{cases}$$

преобразуем в изображение

$$\begin{cases} L_g p I_g(p) + R_g I_g(p) = U_g(p); \\ k I_g(p) = U_2(p) \end{cases}$$

Из него найдем уравнение

$$L_g p \frac{U_2(p)}{k} + R_g \frac{U_2(p)}{k} = U_g(p);$$

2 этап: найдем передаточную функцию:

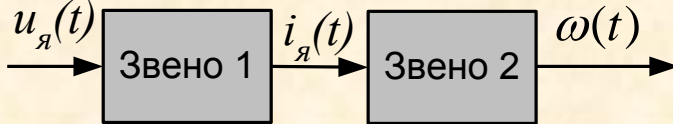
$$W(p) = \frac{X_{\text{вых}}(p)}{X_{\text{вх}}(p)} = \frac{U_2(p)}{U_g(p)} = \frac{k}{L_g p + R_g}$$

# Передаточные функции различных объектов

*Двигатель постоянного тока независимого возбуждения:*

$u_{\text{я}}(t)$  – входной сигнал;  $\omega(t)$  – выходной сигнал;  $\Phi = \text{const}$ ;  $M_{\text{с}} = 0$

1 этап: возьмем систему уравнений

$$\begin{cases} L_{\text{я}} \frac{di_{\text{я}}(t)}{dt} + R_{\text{я}} i_{\text{я}}(t) + k\Phi \omega(t) = u_{\text{я}}(t); \\ J \frac{d\omega(t)}{dt} = C\Phi \frac{di_{\text{я}}(t)}{dt} \end{cases}$$


преобразуем в изображение  $\begin{cases} L_{\text{я}} p I_{\text{я}}(p) + R_{\text{я}} I_{\text{я}}(p) + k\Phi \Omega(p) = U_{\text{я}}(p); \\ J p \Omega(p) = C\Phi I_{\text{я}}(p) \end{cases}$

Из него найдем уравнение  $\left[ \frac{L_{\text{я}} J}{C\Phi} p^2 + \frac{R_{\text{я}} J}{C\Phi} p + k\Phi \right] \cdot \Omega(p) = U_{\text{я}}(p)$

2 этап: найдем передаточную функцию:

$$W(p) = \frac{X_{\text{вых}}(p)}{X_{\text{вх}}} = \frac{\Omega(p)}{U_{\text{я}}(p)} = \frac{1}{\frac{L_{\text{я}} J}{C\Phi} p^2 + \frac{R_{\text{я}} J}{C\Phi} p + k\Phi}$$